SMP – Filipino

Ang mga Pamantayan ukol sa Pagsasanayang Matematika ay naglalarawan ng iba't-ibang kadalubhasaan na kinakailangang paghusayin ng mga tagapagturo ng matematika sa lahat ng antas para sa kani-kanilang mga mag-aaral. Itong mga pagsasanay ay nakasalalay sa mga mahalagang "proseso at kahusayan" na may pangmatagalang kahalagahan sa edukasyong matematika. Ang unang bahagi ng mga ito ay mga prosesong pamantayan ng *Pangsambayanang Lupon ng mga Guro ng Matematika* (*National Council of Teachers of Mathematics)* sa paglutas sa problema, pagdadahilan at patunay, komunikasyon, representasyon, at koneksyon. Ang ikalawang bahagi ay ang mga strands ng mga kasanayanang matematika na tinukoy sa isang ulat ng *Pangsambayanang Lupon ng Panaliksik (National Research Council)* na pinamagatang *Pagdaragdag Nito (Adding It Up)*: agpang pagdadahilan, stratehikong kakayahan, pag-unawa ng mga konsepto (pag-iintindi ng mga konseptong matematika, pagpapatakbo at mga relasyon), katatasang pamamaraan (kakayahan nang paggamit ng pamamaraan na ayon sa pangangailangan, kawastuhan, kahusayan at kaangkupan), at produktibong kaugalian (kinagawian pagkahilig upang ang matematika ay makitang makabuluhan, kapaki-pakinabang, at mahalaga, kasama ang paniniwala sa sipag at sariling bisa).

Mga Pamantayan:

1. Unawain ang mga problema at magsigsa sa paglutas ng mga ito.
2. Mangatwiran nang paghahaka-haka at kabilangan.
3. Bumuo ng mga makabuluhang pangangatwiran at punahin ang pagdadahilan ng iba.
4. Gumamit ng modelo sa matematika.
5. Gumamit ng mga naaangkop na kagamitan ayon sa madiskarteng pamamaraan.
6. Pansinin ang katumpakan.
7. Maghanap at gumamit ng kaanyuan.
8. Maghanap at ihayag ang kapanayan sa paulit-ulit na pagdadahilan.

1. Unawain ang mga problema at magsigsa sa paglutas ng mga ito.

Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay nagsisimula sa pagpapaliwanag sa kanilang mga sarili ang kahulugan ng isang problema at sa paghahanap ng mga paraan para sa sagot. Pinag-aaralan nila ang mga ibinigay na pangungusap, hadlang, relasyon, at layunin. Bumubuo sila ng mga haka-haka tungkol sa anyo at kahulugan ng sagot at nagplaplano ng isang pamamaraan sa halip ng biglaang pagsang-ayon sa isang pagtatangka ng solusyon. Isinasaalang-alang nila ang kahalintulad na problema, at sinusubukan ang mga kasong espesyal at simpleng anyo ng orihinal na problema upang makakuha ng pananaw sa sagot. Sinusubaybayan at sinusuri nila ang kanilang pag-unlad at binabago ang landas kung kinakailangan. Depende sa konteksto ng problema, ang mga nakakatandang mag-aaral ay maaaring ibahin ang algebraic expression o baguhin ang viewing window sa kani-kanilang graphing calculator upang makuha ang impormasyong kailangan nila. Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay maaaring ipaliwanag ang mga kaugnayan sa isa't isa ng mga ekwasyon, paglalarawan batay sa pananalita, talahanayan at talaguhitan o gumuhit ng mga mahahalagang tampok at mga kaugnayan, gumuhit ng mga data, at humanap ng kapanayan o ng trend. Ang mga nakababatang mag-aaral ay maaaring umasa sa paggamit ng kongkretong bagay o mga larawan upang makatulong sa pag-uunawa at sa paglulutas ang isang problema. Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay sumusuri ng kanilang mga sagot sa mga problema sa pag-gamit ang ibang paraan at patuloy na magtanong sa kani-kanilang mga sarili, "Ito ba ay may kabuluhan?" Sila ay nakau-unawa ng mga iba't ibang diskarte sa paglutas ng mga kumplikadong problema at nakakikilala ng mga kaugnayan nito.

2. Mangatwiran nang paghahaka-haka at kabilangan.

Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay nagbibigay ng kahulugan ng mga bilang at ang mga relasyon nito sa mga sitwasyong may problema. Sila ay nagdadala ng dalawang magkakabit na kakayahan sa pagsagot sa mga problemang may kaugnayan sa bilang: 1) ang kakayahan na tanggalin ito sa pangkasalukuyang kalagayan- buuhin ang

isang ibinigay na sitwasyon at ilarawan ito sa pamamagitan ng mga simbolo at manipulahin ang mga ito na para bang mayroon silang sariling buhay at hindi kinakailangang pansinin ang kanilang mga pinanggalingan, at 2) ang kakayahan na ilagay ito sa pangkasalukuyang kalagayan –tumigil pansamantala kung kinakailangan habang nasa proseso ng pagmamanipula upang masuri ang mga pinanggalingang para sa mga simbolong ginagamit. Ang pagdadahilang ukol sa bilang ay nangangailangan ng mga asal sa paglikha ng magkaugnay na paglalarawan ng pinag-uusapang tanong; nagsasaalang-alang ng mga yunit na ginagamit; nagsasaalang-alang ng kahulugan ng mga bilang at hindi lamang kung paano kinalkula ang mga ito, at inaalam at maluwag na ginagamit ang mga iba't-ibang katangian ng mga operasyon at mga bagay.

3. Bumuo ng mga makabuluhang pangangatwiran at punahin ang pagdadahilan ng iba.

Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay umu-unawa at gumagamit ng mga ipinahayag na mga pagpapalagay, kahulugan, at mga dati nang na-itatag na resulta sa pag-buo ng mga argumento. Bumubuo sila ng mga haka-haka at bumuo ng isang lohikal na pagpapatuloy ng mga pahayag upang tuklasin ang katotohanan ng kanilang mga haka-haka. Kaya nilang pag-aralan ang mga sitwasyon sa pamamagitan ng pagbabagkas nito sa iba’t ibang kaso, at kilalanin at gumamit ng mga salungat na halimbawa. Sila ay nagtatanggol ng kanilang mga mga konklusyon, ipinag-uusap ang mga ito sa iba, at tinutugon ang mga argumento ng iba. Sila ay pasaklaw na bumubuo ng mga dahilan tungkol sa mga datos, gumagawa ng mga kapani-paniwalang argumento na isinasaalang-alang ang konteksto kung saan nagmula ang mga ito. Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay kayang ihambing ang pagiging epektibo ng dalawang kapanipaniwalang argumento, kumilala ng tamang lohika o pangangatwiran laban sa maling lohika o pangangatwiran, at, kung may mali sa isang argumento, magpaliwanag kung ano ang mali. Ang mga mag-aaral sa mababang paaralan ay maaaring bumuo ng mga argumento habang ginagamit ang mga kongkreto gamit tulad ng mga bagay, mga guhit, mga balangkas, at mga pagkilos. Ang mga ganitong argumento ay maaaring may kabuluhan at tama, kahit na ang mga ito ay hindi pangkalahatan o ginagawang pormal sa mataas na grado. Sa bandang huli, ang mga

mag-aaral ay matututong tumukoy ng mga domain na kung saan ang isang argumento ay nalalapat. Ang mga mag-aaral sa lahat ng mga grado ay nakikinig o nagbabasa ng mga argumento ng iba, nagpapasya kung sila ay may katwiran, at makabuluhanang nagtatanong upang linawin o pagbutihin ang mga argumento.

4. Gumamit ng modelo sa matematika.

Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay maaaring ilapat ang mga matematika na alam nila upang malutas ang mga problema na nagmumula sa araw-araw na pamumuhay, sa lipunan, at sa lugar ng trabaho. Sa mga mababababang baitang, ito ay maaaring kasing simple ng pagsusulat ng isang ekwasyong pangkaragdagan upang ilarawan ang isang sitwasyon.
Sa mga gitnang baitang, ang mag-aaral ay maaaring gamitin ang pagdadahilang proporsyonal sa pagplano ng isang kaganapang pampaaralan o pagsuri ng isang problema sa komunidad. Sa mataas na paaralan, ang isang mag-aaral ay maaaring gamitin ang heometrya sa pagalutas ng problema ukol sa disenyo, o gamitin ang isang function sa paglalarawan kung paano ang isang dami ng interes ay depende sa isa pang bilang. Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay na kayang gumamit ng kanilang kaalaman ay kumportable sa paggawa ng mga pagpapalagay at pagtatantya upang pasimplehin ang isang komplikadong sitwasyon at na-uunawan nila na ang mga ito ay maaaring mangailangan ng rebisyon sa huli. Nakikilala nila ang mga mahahalagang bilang sa isang praktikal na sitwasyon at nailalarawan nila ang mga kaugnayan ng mga ito sa paggamit ng mga bagay tulad ng larawan, two-way tables, flowchart at pormula. Maaari nilang pag-aralan ang mga ugnayang pangmatematika upang marating ang mga konklusyon. Sila ay pirmihang nagbibigay ng kahulugan sa kanilang mga resultang matematika sa kalagayan ng sitwasyong pinag-uusapan at nag-iisip kung ang mga resulta ay may kabuluhan, posibleng pagbutihin ang modelo kung hindi nito natupad ang layunin.

5. Gumamit ng mga naaangkop na kagamitan ayon sa madiskarteng pamamaraan.

Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay nagsasaalang-alang ng mga magagamit na bagay sa paglutas ng mga problemang matematika. Ang mga bagay na ito ay maaaring lapis at papel, mga modelong nahuhulma , ruler, protraktor, kalkulator, spreadsheet, algebra computer na sistema, programa sa kompyuter ukol sa estatistika, o dinamikang programa sa kompyuter ukol sa heometriya. Ang mga marunong na mag-aaral ay may sapat na kaalaman sa mga bagay na angkop para sa kanilang baitang o kurso upang makapagpasya nang mahusay kung kailan magiging kapaki-pakinabang ang mga bagay na ito, at sabay na kinikilala ang mga makakamit na pananaw at ang kanilang mga hangganan. Halimbawa, ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika na nasa mataas na paaralan ay sinusuri ang mga talangguhit ng functions at mga sagot na nagbuhat sa paggamit ng graphing calculator. Nakikita nila ang mga maaaring pagkakamali sa pamamagitan nang madiskarteng paggamit ng pagtatantiya at iba’t iba pang kaalamang matematika. Sa paggawa ng mga modelong pang-matematika, alam nila na ang teknolohiya ay mapapagana sila upang makita ang mga resulta ng iba't ibang mga haka-haka, siyasatin ang mga kinahinatnan, at ihambing ang mga hula na may kasamang data. Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika sa iba't ibang baitang ay kayang kilalanin ang mga panlabas at may katuturan na matematikang paraan, tulad ng mga nilalamang digital na matatagpuan sa isang website, at gamitin ang mga ito sa pagtanong o paglutas ng mga problema. Kaya nilang gamitin ang mga kagamitan na teknolohikal sa paggagalugad at pagpapalalim ng kanilang pang-unawa ng mga konsepto.

6. Pansinin ang katumpakan.

Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay sumusubok na makipag-ugnay nang tiyak sa iba. Sila rin ay sumusubok na gumamit ng malinaw na kahulugan sa mga talakayang kasama ang iba at sa kanilang sariling pangangatwiran. Sinasabi nila ang kahulugan ng mga simbolo na kanilang pinipili, kasama na ang palagiang at naaangkop na pag-gamit ng simbolo ng katumbas. Sila ay ma-ingat sa pagtutukoy ng mga batayang sukat, at sa paglalagay ng ngalan ng mga aksis upang linawin ang kaugnayan ng mga bilang sa isang problema. Sila ay tumpak at mahusay na nagkakalkula,

nagpapahayag ng mga sagot na bilang o numero na hindi lamang mataas ang antas ng katumpakan nguni't angkop sa problema o tanong. Sa mababang paaralan, ang mga mag-aaral ay ma-ingat na nagbibigay ng mga binuong paliwanag sa isa't isa. Sa panahong sila ay tutuntong sa mataas na paaralan, natutunan na nilang suriin ang mga pahayag at tahasang paggamit ng mga kahulugan.

7. Maghanap at gumamit ng kaanyuan.

Ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay tinitingnang mabuti upang maintindihan ang isang padron o istraktura. Halimbawa, ang mga nakababatang mag-aaral ay maaaring mapansin na ang tatlo at pito pa ay katulad ng halaga ng pito at tatlo pa, o maaari nilang pag-uri-uriin ang isang pangkat ng mga hugis ayon sa dami ng mga gilid nito. Sa susunod, makikita ng mga mag-aaral na ang 7 x 8 ay katumbas ng palagiang natatandaang 7 x 5 + 7 x 3; ito ay paghahanda sa pag-aaral ng *distributive property*. Sa $x^2 + 9x + 14$, maaaring makita ng mga nakakatandang mag-aaral na ang 14 ay 2 x 7 at ang 9 ay 2 + 7. Makikilala nila ang kabuluhan ng isang guhit sa isang hugis at maaari nilang gamitin ang kaparaanang pagguguhit ng isang karagdagang guhit upang malutas ang mga problema. Maaari rin nilang balikan and mga hakbang upang makita ang pangkalahatang-ideya at baguhin ang kanilang pananaw. Maaari rin nilang makita ang mga kumplikadong bagay, tulad ng ilang mga *algebraic expression*, na ang mga ito ay iisang bagay o kabuuan ng ilang mga bagay. Halimbawa, maaari nilang makita na ang $5 - 3(x - y)^2$ ay tulad ng 5 bawasan ng isang positibong bilang na inimultiplay sa isang parisukat at gamitin iyon upang mapagtanto na ang halaga nito ay hindi maaaring humigit sa 5, para sa anumang numerong *real* na x at y.

8. Maghanap at ihayag ang kapanayan sa paulit-ulit na pagdadahilan.

Napapansin ng mga mag-aaral na mahusay sa matematika kung ang mga kalkulasyon ay paulit-ulit at humahanap sila ng mga pangkalahatang pamamaraan at mga pangmadaliang pamamaraan. Maaari ring mapansin ng mga mas nakakatandang mag-aaral sa mababang paaralan na kapag ang 25 ay paghahatiin sa 11 bahagi, paulit-ulit

ang kanilang mga pare- parehong kalkulasyon at malalaman nilang mayroon silang paulit-ulit na *decimal*. Sa pamamagitan ng pagbibigay pansin sa pagkalkula ng dalisdis (slope) habang sila ay paulit-ulit na sinusuri kung ang mga puntos sa linyang namamagitan sa (1, 2) at may dalisdis (slope) na 3, ang mga mag-aaral sa gitnang paaralan ay maaaring buuhin ang ekwasyong $(y - 2) / (x - 1) = 3$. Sa kanilang pagpapansin ng kaayusan sa palagiaang pagkakaltas ng mga *terms* kapag pinalalawak ang $(x - 1)(x + 1)$, $(x - 1)(x^2 + x + 1)$, at $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$, maaari silang humantong sa pangkalahatang pormula para sa kabuuan ng isang *geometric series*. Habang sila ay natratabaho sa paglutas ng isang problema, ang mga mag-aaral na mahusay sa matematika ay nagpapanatili ng pangangasiwa ng paraan, habang patuloy na binibigyang-pansin ang mga detalye. Sila ay patuloy na sumusuri ng kainaman ng kanilang susunod na mga resulta.